8.1 Rules for Inequalities

1. a) $3x+7>0$

$3x>-7$

$x>-\frac{7}{3}$ $\quad (-\frac{7}{3},\infty)$

b) $17-2x\geq 13$

$-2x\geq -4$

$\frac{-2x}{-2}\leq\frac{-4}{-2}$

$x\leq 2$ $\quad (-\infty,2]$

c) $x^2-7x+6>0$

$(x-6)(x-1)>0$

$x-6=0$ or $x-1=0$

$x=6$ $\quad x=1$

	$x-6$	$x-1$	function
$x<1$	$-$	$-$	$+$
$1<x<6$	$-$	$+$	$-$
$x>6$	$+$	$+$	$+$

looking for pos. $\rightarrow$ $x<1$ or $x>6$

$(-\infty,1)\cup(6,\infty)$

d) $12-x-x^2>0$

$-12+x+x^2<0$

$x^2+x-12<0$

$(x+4)(x-3)<0$

$x+4=0$ or $x-3=0$

$x=-4$ $\quad x=3$

	$x+4$	$x-3$	function
$x<-4$	$-$	$-$	$+$
$-4<x<3$	$+$	$-$	$-$
$x>3$	$+$	$+$	$+$

looking for neg $\rightarrow$ $-4<x<3$

$(-4,3)$

e) $x^2<3x$

$x^2-3x<0$

$x(x-3)<0$

$x=0$ or $x-3=0$

$x=3$

	x	$x-3$	function
$x<0$	$-$	$-$	$+$
$0<x<3$	$+$	$-$	$-$
$x>3$	$+$	$+$	$+$

looking for neg $\rightarrow$ $0<x<3$ $\quad (0,3)$

8.1 cont.

1. f) $(x+1)(2x+1)(x-6) > 0$

$x+1=0,\ 2x+1=0,\ x-6=0$

$x=-1 \quad 2x=-1 \quad x=6$

$x=-\frac{1}{2}$

	$x+1$	$2x+1$	$x-6$	function
$x<-1$	−	−	−	−
$-1<x<-\frac{1}{2}$	+	−	−	+
$-\frac{1}{2}<x<6$	+	+	−	−
$x>6$	+	+	+	+

looking for pos. → $-1<x<-\frac{1}{2}$ and $x>6$

$(-1,-\frac{1}{2}) \cup (6,\infty)$

g) $x^3+3x^2-10x<0$

$x(x^2+3x-10)<0$

$x(x+5)(x-2)<0$

$x=0,\ x+5=0,\ x-2=0$

$x=-5 \quad x=2$

	x	$x+5$	$x-2$	function
$x<-5$	−	−	−	−
$-5<x<0$	−	+	−	+
$0<x<2$	+	+	−	−
$x>2$	+	+	+	+

looking for neg. → $x<-5$ and $0<x<2$

$(-\infty,-5) \cup (0,2)$

h) $x^3+2x^2-9x-18>0$

$x^2(x+2)-9(x+2)>0$

$(x+2)(x^2-9)>0$

$(x+2)(x+3)(x-3)>0$

$x+2=0,\ x+3=0,\ x-3=0$

$x=-2 \quad x=-3 \quad x=3$

	$x+2$	$x+3$	$x-3$	function
$x<-3$	−	−	−	−
$-3<x<-2$	−	+	−	+
$-2<x<3$	+	+	−	−
$x>3$	+	+	+	+

looking for pos → $-3<x<-2$ and $x>3$

$(-3,-2) \cup (3,\infty)$

2. a) $\frac{2x+1}{x^2+1} > 0$

$(x^2+1)\left(\frac{2x+1}{x^2+1}\right) > 0\,(x^2+1)$

$2x+1>0$

$2x>-1$

$x>-\frac{1}{2}$

$(-\frac{1}{2},\infty)$

x^2 will always be positive so x^2+1 will also always be positive - so there is only one case

8.1 Cont.

2. b) $\frac{x+2}{x-3} > 0$

$x \neq 3$

$x \neq -2$

	$x+2$	$x-3$	function
$x < -2$	−	−	+
$-2 < x < 3$	+	−	−
$x > 3$	+	+	+

looking for pos → $x < -2$ and $x > 3$

$(-\infty, -2) \cup (3, \infty)$

c) $\frac{x^2+x}{(x-1)^3} < 0$

$x^2+x = x(x+1)$

$x \neq 0$ $x \neq -1$

$x-1 \neq 0$

$x \neq 1$

	x	$x+1$	$(x-1)^3$	function
$x < -1$	−	−	−	−
$-1 < x < 0$	−	+	−	+
$0 < x < 1$	+	+	−	−
$x > 1$	+	+	+	+

looking for neg. → $x < -1$ and $0 < x < 1$

$(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

d) $\frac{5x}{(x^2-1)^2} < 0$

$x \neq 0$

$x^2 - 1 \neq 0$

$x^2 \neq 1$

$x \neq \pm 1$

	$5x$	$(x^2-1)^2$	function
$x < -1$	−	+	−
$-1 < x < 0$	−	+	−
$0 < x < 1$	+	+	+
$x > 1$	+	+	+

looking for neg → $x < -1$ and $-1 < x < 0$

$(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$